

# DM n°3.

## 1 Fonctions trigonométriques hyperboliques réciproques

### 1.1 Cosinus hyperbolique

1. La fonction  $\operatorname{ch}$  est-elle strictement monotone sur  $\mathbb{R}$  ?
2. Sur quel intervalle contenant 1 et le plus grand possible peut-on affirmer que  $\operatorname{ch}$  est strictement monotone ?
3. Appliquer le théorème de la bijection puis conclure que la fonction  $\operatorname{ch}$  admet une réciproque que l'on notera  $\operatorname{Argch}$ .
4. Donner l'ensemble de définition de  $\operatorname{Argch}$
5. Sur quel ensemble  $\operatorname{Argch}$  est-elle dérivable ? Donner alors l'expression de sa dérivée.
6. Tracer sur un même graphique les graphes des fonction  $\operatorname{ch}$  et  $\operatorname{Argch}$
7. Soit  $y \in \mathbb{R}$ . Résoudre l'équation  $\operatorname{ch}(x) = y$  en exprimant les solutions à l'aide de la fonction  $\ln$  lorsqu'il y en a (préciser les valeurs de  $y$  pour lesquelles il y a des solutions et donner leurs nombres.)

### 1.2 Sinus hyperbolique

1. La fonction  $\operatorname{sh}$  est-elle strictement monotone sur  $\mathbb{R}$  ?
2. Appliquer le théorème de la bijection puis conclure que la fonction  $\operatorname{sh}$  admet une réciproque que l'on notera  $\operatorname{Argsh}$ .
3. Donner l'ensemble de définition de  $\operatorname{Argsh}$
4. Sur quel ensemble  $\operatorname{Argsh}$  est-elle dérivable ? Donner alors l'expression de sa dérivée.
5. Tracer sur un même graphique les graphes des fonction  $\operatorname{sh}$  et  $\operatorname{Argsh}$
6. Soit  $y \in \mathbb{R}$ . Résoudre l'équation  $\operatorname{sh}(x) = y$  en exprimant les solutions à l'aide de la fonction  $\ln$  lorsqu'il y en a (préciser les valeurs de  $y$  pour lesquelles il y a des solutions et donner leurs nombres.)

### 1.3 Tangente hyperbolique

1. La fonction  $\operatorname{tanh}$  est-elle strictement monotone sur  $\mathbb{R}$  ?
2. Appliquer le théorème de la bijection puis conclure que la fonction  $\operatorname{tanh}$  admet une réciproque que l'on notera  $\operatorname{argtanh}$ .
3. Donner l'ensemble de définition de  $\operatorname{argtanh}$
4. Sur quel ensemble  $\operatorname{argtanh}$  est-elle dérivable ? Donner alors l'expression de sa dérivée.
5. Tracer sur un même graphique les graphes des fonction  $\operatorname{tanh}$  et  $\operatorname{argtanh}$
6. Soit  $y \in \mathbb{R}$ . Résoudre l'équation  $(x) = y$  en exprimant les solutions à l'aide de la fonction  $\ln$  lorsqu'il y en a (préciser les valeurs de  $y$  pour lesquelles il y a des solutions et donner leurs nombres.)

## 2 Une étude de fonction

Réaliser une étude complète de la fonction  $f : x \mapsto (x-1) \exp\left(\frac{x}{x-1}\right)$  : domaine de définition, variations, limites aux bords du domaine de définition, allure du graphe.