DEVOIR DE MATHEMATIQUES n°1

Exercice 1

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{e^{2x}+5}{e^x-2}\right)$. On notera $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Calculer les images par f de $\ln(3)$ et de $2\ln(3)$. Laquelle des deux est la plus grande?
3. Calculer les antécédents (éventuels) par f des nombres $\ln(2)$ et $4\ln(2)$.
4. Calculer les limites de f aux bornes de $\mathcal{D}_f$.
5. Montrer que la droite d'équation $y = x$ est asymptote oblique à $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$. Quelle est la position relative de $\mathcal{C}_f$ et de son asymptote?
6. Calculer la dérivée f' de la fonction f, et en donner une expression factorisée. En déduire le tableau de variations complet de f.
7. Tracer une allure de $\mathcal{C}_f$. On donne la valeur approchée $\ln(5) \simeq 1.6$.

Exercice 2

On considère dans tout cet exercice la fonction g définie par $g(x) = \left|\frac{x+2}{x^2-x-2}\right|$.

1. Préciser le domaine de définition de g.
2. Déterminer les antécédents éventuels par la fonction g des réels 1, -1 et 3.
3. Résoudre l'inéquation $g(x) \geqslant 1$.
4. Déterminer les limites de g aux bornes de son domaine de définition.
5. Étudier les variations de g, et dresser son tableau de variations complet.
6. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction g.