

2) Calculons $\sum_{n=0}^{+\infty} w_n$
 On a $w_n = 2^{-n} \sum_{k=0}^n \frac{4^k}{k!}$

soit $w_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^{n-k}} \cdot \frac{4^k}{k!}$ ✓

donc $w_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^{n-k}} \cdot \frac{2^k}{k!}$ ✓

absolument convergentes.

On a un produit de Cauchy de deux séries :

$b_n = \frac{1}{2^n}$ ✓ et $a_n = \frac{2^n}{n!}$ ✓

$\sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{k=0}^n a_n b_{n-k} = \left(\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^n} \right) \times \left(\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n}{n!} \right)$ ✓

or $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n}{n!} = e^2$ ✓ et $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^n} = 2$ ✓

donc $\sum_{n=0}^{+\infty} w_n = 2e^2$ ✓