

CLAIR  
Maxime

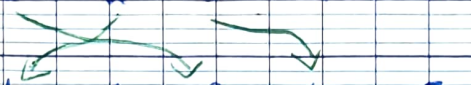
### Exercice 5:

FABIEN 1

$L_1: 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad \dots \quad n$

Maxime

$L_2: 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad \dots \quad n$



ABDULLAH-COSTA

Kévin

Il y a  $m!$  configurations possibles de match opposant  $L_1$  et  $L_2$  ✓

Déterminons le nombre de match possible de type  ~~$L_1/L_2$~~  sans contrainte.

$L_1: 1 \quad 2 \quad 3 \quad \dots \quad n$

$L_2: 1 \quad 2 \quad 3 \quad \dots \quad n$



1<sup>er</sup> match :  $2n-1$  choix possibles

2<sup>e</sup> match :  $2n-3$

⋮

$n^{\text{e}}$  match : 1

Donc  $(2n-1)(2n-3)(2n-5) \dots$

Après simplification, il y a au total

$$\frac{(2n)!}{2^n \times n!} \checkmark \text{ match possible}$$

$$\text{Ainsi } p_m = \frac{n! \times 1}{\frac{(2n)!}{2^n \times n!}} = \frac{2^n \times (n!)^2}{(2n)!} \checkmark$$

2. Si il y a un nombre impair de matchs donc si  $n = 2k+1$  alors ce n'est pas possible de répartir les matchs ✓

Dans le cas contraire on pose  $n = 2k$  et à l'aide de la question 1

Pour  $L_1$ , il y a  $\frac{(2k)!}{2^k \times k!}$  ✓ matchs possibles.

De même pour  $L_2$

De plus le nombre de matchs total

est égale à  $\frac{(4k)!}{2^{2k} \times (2k)!}$  ✓

ainsi  $q_n = \frac{\left(\frac{(2k)!}{2^k \times k!}\right)^2}{\frac{(4k)!}{2^{2k} \times (2k)!}}$  car  $L_1$  et  $L_2$  sont indépendants

$$\text{donc } q_n = \frac{\left(\frac{(2k)!}{2^k \times k!}\right)^2}{\frac{(4k)!}{2^{2k} \times (2k)!}} = \frac{(2k)!}{k!} \times \frac{2^{2k}}{(4k)!} \times (2k)! = \frac{\binom{2k}{k}}{\binom{4k}{2k}} \checkmark$$

3. On a  $\binom{2m}{m} \leq \sum_{k=0}^{2m} \binom{2m}{k} = 2^{2m}$

$$\text{donc } \binom{2m}{m} \leq 2^{2m} \checkmark$$