

Exercice 3:

Soient  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  les événements, tels que  $\Delta_1 := "b^2 - 4ac < 0"$   
 $\Delta_2 := "b^2 - 4ac = 0"$   
 $\Delta_3 := "b^2 - 4ac > 0"$

1. calculer la probabilité que il y ait  
 2 racines réelles distinctes revient à énumérer  
 les cas où  $b^2 - 4ac > 0$  :

soit  $\Omega = \Delta_1 \cup \Delta_2 \cup \Delta_3$

Cas  $b=1$  :

Alors  $1 - 4ac > 0$  donc  $ac < \frac{1}{4}$

Ce qui est impossible pour  $(a, c) \in [1, 6]^2$  ✓

Cas  $b=2$  :

Alors  $4 - 4ac > 0$  donc  $ac < 1$

Ce qui est impossible pour  $(a, c) \in [1, 6]^2$  ✓

Cas  $b=3$  :

Alors  $9 - 4ac > 0$  donc  $ac < \frac{9}{4} < 3$  donc  $ac < 3$

Cas  $a=1$

Alors  $c \in [1, 2]$  ✓

Cas  $a=2$

Alors  $c=1$  ✓

Pour  $a \geq 3$ ,  $ac \geq 3$  donc il n'y a pas d'autres cas ici.

Cas  $b=4$  :

Alors  $16 - 4ac > 0$  donc  $ac < 4$

Cas  $a=1$  :

Alors  $c \in \{1, 2, 3\}$  ✓

Cas  $a=2$  :

Alors  $c=1$  ✓

Cas  $a=3$

Alors  $c=1$  ✓

Pour  $a \geq 4$ , on a  $ac \geq 4$ . Il n'y a donc pas d'autres cas possibles

Cas  $b=5$ :

Alors  $25 - 4ac > 0$   $ac < \frac{25}{4} < 7$  donc  $ac < 7$

Cas  $a=1$

Alors  $c \in [1, 6]$  ✓

Cas  $a=2$

Alors  $c \in \{1, 2, 3\}$  ✓

Cas  $a=3$

Alors  $c \in \{1, 2\}$

Cas  $a=4$

Alors  $c=1$  ✓

Cas  $a=5$

Alors  $c=1$  ✓

Cas  $a=6$

Alors  $c=1$  ✓

Cas  $b=6$

Alors  $36 - 4ac > 0$  donc  $ac < 9$

Cas  $a=1$

$c \in [1, 6]$

Cas  $a=2$

$c \in [1, 4]$

Cas  $a=3$

$c \in \{1, 2\}$

Cas  $a=4$

$c \in \{1, 2\}$

$$\text{Cas } a \in \{5, 6\}$$

$$\text{Alors } c=1$$

Les dés sont équilibrés, il y a donc équiprobabilité.

$$P(\Delta_1) = \frac{\text{Card}(\Delta_1)}{\text{Card}(\Omega)} = \frac{38}{6^3} = \frac{19}{108}$$

2. Énumérer le nombre de cas où il y a une racine double revient à énumérer le nombre de cas où  $b^2 - 4ac = 0$

$$b^2 = 4ac$$

comme  $b^2$  est pair,  $b \in \{2, 4, 6\}$  ✓

$$\text{Cas } b=2: 4ac=4, ac=1$$

$$\text{cas } a=1; c=1 \quad \checkmark$$

pour  $a \geq 2$ ,  $ac \geq 2$  donc il n'y a pas de solutions pour  $a \geq 2$

$$\text{Cas } b=4: 4ac=16 \quad ac=4$$

$$(a, c) \in \{(1, 4), (2, 2), (4, 1)\} \quad \checkmark$$

$$\text{Cas } b=6: 4ac=36 \quad ac=9 \quad \checkmark$$

$$(a, c) \in \{(3, 3)\} \quad \checkmark$$

$$P(\Delta_2) = \frac{\text{Card}(\Delta_2)}{\text{Card}(\Omega)} = \frac{5}{216} \quad \checkmark$$

3: le nombre de cas où il n'y a pas de racines réelles est lorsque  $b^2 - 4ac < 0$

$$P(\Delta_1) = 1 - P(\Delta_2 \cup \Delta_3)$$

$$= 1 - \left( \frac{38 + 5}{216} \right)$$

$$P(\Delta_1) = \frac{173}{216} \quad \checkmark$$