

Exercice M

Circuit électronique :

On note :

F : L'évènement "le circuit fonctionne"

C_1 : " C_1 fonctionne "

C_2 : " C_2 fonctionne "

C_3 : " C_3 fonctionne "

On a $P(C_1) = p_1$, $P(C_2) = p_2$, $P(C_3) = p_3$

1. Déterminons $P(F)$ si les composants sont en série.

Si les composants sont en série, il faut que tous fonctionnent pour que le circuit fonctionne.

car C_1, C_2, C_3 sont indépendants

donc $P(F) = P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) = P(C_1) \times P(C_2) \times P(C_3) = p_1 \times p_2 \times p_3$ ✓

2. Déterminons $P(F)$ si les composants sont en parallèle

Si les composants sont en parallèle, il faut qu'au moins un composant fonctionne pour que le circuit fonctionne.

plus simple de passer au complémentaire

$$\begin{aligned} P(F) &= P(C_1 \cup C_2 \cup C_3) \xrightarrow{\text{plus simple de passer au complémentaire}} P(\overline{C_1 \cap C_2 \cap C_3}) = 1 - P(\overline{C_1} \cap \overline{C_2} \cap \overline{C_3}) \\ &= P(C_1 \cup C_2) + P(C_3) - P((C_1 \cup C_2) \cap C_3) = 1 - (1-p_1)(1-p_2)(1-p_3) \\ &= P(C_1) + P(C_2) - P(C_1 \cap C_2) + P(C_3) - P((C_1 \cap C_3) \cup (C_2 \cap C_3)) \\ &= P(C_1) + P(C_2) - P(C_1) \times P(C_2) + P(C_3) - P(C_1 \cap C_3) - P(C_2 \cap C_3) + P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) \\ &= p_1 + p_2 - p_1 \times p_2 + p_3 - p_1 \times p_3 - p_2 \times p_3 + p_1 \times p_2 \times p_3 \quad \checkmark \end{aligned}$$

3. Déterminons $P(F)$ si le circuit est mixte.

Le circuit mixte fonctionne ssi C_1 fonctionne et C_2 ou C_3 fonctionne.

$$\begin{aligned} \text{donc } P(F) &= P(C_1 \cap (C_2 \cup C_3)) \\ &= P((C_1 \cap C_2) \cup (C_1 \cap C_3)) \\ &= P_1 \times P_2 + P_1 \times P_3 - P_1 \times P_2 \times P_3 \quad \checkmark \end{aligned}$$