

CORPETTI Nolan

DAROUACHE Lilah

CHARAFOUDINE Allan

GIOIA Ethan

Exercice 7

1. On sait que X prend ses valeurs dans $\{1, \dots, 6\}$.

Donc $\exists a \in \mathbb{R} / P(X=k) = ka$, ^{$\forall k \in \{0, 6\}$} donc c'est une proba.

On a donc $\sum_{k=1}^6 P(X=k) = 1 \Rightarrow a \sum_{k=1}^6 k = 1$

$$\Leftrightarrow a \frac{6 \times 7}{2} = 1 \text{ donc}$$

$$a = \frac{2}{42} = \frac{1}{21} \checkmark$$

Comme la probabilité d'obtenir k est proportionnelle à k ,

on a :

k	1	2	3	4	5	6
$P(X=k)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$

$$\text{Et donc } E(X) = \frac{1}{21} + \frac{4}{21} + \frac{9}{21} + \frac{16}{21} + \frac{25}{21} + \frac{36}{21}$$

$$= \frac{91}{21} = \frac{13}{3} \left(\text{ou formule : } \frac{\sum k^2}{21} = \frac{6 \times 7 \times 13}{6 \times 21} \right)$$

2. On pose $Y = \frac{1}{X}$. Comme $X = k$ alors $Y = \frac{1}{k}$, on a :

k	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$
$P(Y=k)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$

$$\text{Alors, } E(Y) = \frac{1}{21} + \frac{2}{21} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{21} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{21} \times \frac{1}{4} + \frac{5}{21} \times \frac{1}{5} + \frac{6}{21} \times \frac{1}{6}$$
$$= \frac{6}{21} \checkmark$$

Exercice 6

Z prend ses valeurs dans $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ car Z prend la valeur absolue de la différence des numéros obtenus.

$\text{Card}(Z(\Omega)) = \cancel{36}$ donc, on a :

k	0	1	2	3	4	5
$P(Z=k)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

C'est plutôt $\Omega = [1, 6]^2$ et donc $\text{Card}(\Omega) = 36$.

$$\begin{aligned} \text{Ainsi, } E(X) &= \frac{10}{36} + \frac{16}{36} + \frac{18}{36} + \frac{16}{36} + \frac{10}{36} \\ &= \frac{70}{36} = \frac{35}{18} \quad \checkmark \end{aligned}$$

Explications à donner :

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2.$$

$$\begin{aligned} E(X^2) &= 1^2 P(X=1) + 2^2 P(X=2) + 3^2 P(X=3) \\ &\quad + 4^2 P(X=4) + 5^2 P(X=5) \\ &= \frac{10}{36} + \frac{32}{36} + \frac{54}{36} + \frac{64}{36} + \frac{50}{36} \quad \checkmark \\ &= \frac{210}{36} = \frac{35}{6} \quad \times \end{aligned}$$

$$V(X) = \frac{35}{6} - \frac{35}{18} = \frac{3 \times 35 - 35}{18} = \frac{70}{18} = \frac{35}{9} \quad \neq$$

Il fallait l'élever au carré!

Rem: $X=Z$