

Exercice 8:

Soient F et G deux sous- K -espaces vectoriels de E tels que
 $\dim(F) + \dim(G) > \dim(E)$

$$\text{Mq } F \cap G \neq \{\vec{0}_E\}.$$

Procédons par contraposée.

Supposons $F \cap G = \{\vec{0}_E\}$ alors $F \oplus G$ (F et G sont en somme directe)

$$\text{On a donc } \dim(F+G) = \dim(F) + \dim(G) \quad \checkmark$$

* Comme $F+G$ est un sous- K -espace vectoriel de E de dimension finie.

$$\text{Donc } \dim(E) \geq \dim(F+G) \quad \checkmark$$

$$\geq \dim(F) + \dim(G) \quad \checkmark$$

$$F \cap G = \{\vec{0}_E\} \Rightarrow \dim(E) \geq \dim(F) + \dim(G).$$

$$\boxed{\text{Ainsi } \dim(F) + \dim(G) > \dim(E) \Rightarrow F \cap G \neq \{\vec{0}_E\} \quad \checkmark}$$