

Ex 3

Soit  $F = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x+y+z=0 \text{ et } 2x-y+3z=0 \}$  est un sous-esp. de  $\mathbb{R}^3$

SEV 1)  $F \subset \mathbb{R}^3$  d'après la définition de  $F$  ✓

SEV 2) On choisit le triplet  $(0,0,0)$  dans  $\mathbb{R}^3$  il vérifie

bien  $0+0+0=0$  et  $2 \times 0 - 0 + 3 \times 0 = 0$  ✓

donc  $(0,0,0) \in F$  ✓

SEV 3) Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$  et  $((x, y, z), (x', y', z')) \in F^2$ .

$$\lambda(x, y, z) + (x', y', z') = (\lambda x + x', \lambda y + y', \lambda z + z')$$

or

$$\lambda x + x' + \lambda y + y' + \lambda z + z' = \underbrace{\lambda(x + y + z)}_{=0} + \underbrace{x' + y' + z'}_{=0}$$

$\text{car } (x, y, z) \in F \quad \text{car } (x', y', z') \in F$

$= 0. \quad \checkmark$

$$2(\lambda x + x') - (\lambda y + y') + 3(\lambda z + z') = \lambda(2x - y + 3z) + \underbrace{2x' - y' + 3z'}_{=0}$$

$= 0. \quad \checkmark$  conclusion:  $F$  est un sous-espace de  $\mathbb{R}^3$

On résout le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ y = \frac{z}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{4z}{3} \\ y = \frac{z}{3} \end{cases}$$

$z$  est le seul paramètre,  $c$  est une droite  $\checkmark$

Nous proposons la base  $\left(-\frac{4}{3}, \frac{1}{3}, 1\right) \rightarrow$  oui,

ou alors  $((-4, 1, 3))$  qui convient aussi et  
 a l'avantage de ne pas utiliser  
 de fractions.