

Ex 12:

$$P_2 = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1 = \sum_{k=0}^4 X^k \text{ Somme géométrique de raison } X$$

$$\text{Donc } (X^4 + X^3 + X^2 + X + 1)(X - 1) = (X^5 - 1) \quad \checkmark$$

$$X^4 + X^3 + X^2 + X + 1 = 0 \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{écrivons } 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 = 0 \\ \text{car ici, } z \text{ est un complexe} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow X^5 - 1 = 0 \Leftrightarrow X^5 = 1 \quad \text{Racine 5^e de l'unité.}$$

$$\text{Les racines sont donc } \left\{ 1, e^{\frac{i2\pi}{5}}, e^{\frac{i4\pi}{5}}, e^{\frac{i6\pi}{5}}, e^{\frac{i8\pi}{5}} \right\}.$$

$$\text{donc } (X - 1)(X^4 + X^3 + X^2 + X + 1) = (X - 1)(X - e^{\frac{i2\pi}{5}})(X - e^{\frac{i4\pi}{5}})(X - e^{\frac{i6\pi}{5}})(X - e^{\frac{i8\pi}{5}})$$

Donc

$$X^4 + X^3 + X^2 + X + 1 = (X - e^{\frac{i2\pi}{5}})(X - e^{\frac{i4\pi}{5}})(X - e^{\frac{i6\pi}{5}})(X - e^{\frac{i8\pi}{5}}). \quad \checkmark$$

$$\text{On regroupe } (X - e^{\frac{i2\pi}{5}})(X - e^{\frac{i4\pi}{5}}) \text{ et } (X - e^{\frac{i6\pi}{5}})(X - e^{\frac{i8\pi}{5}}) \text{ car}$$

Les 2 racines sont conjuguées l'une à l'autre

$$\begin{aligned} X^4 + X^3 + X^2 + X + 1 &= (X^2 - X(e^{\frac{i2\pi}{5}} + e^{\frac{i8\pi}{5}}) + e^{i\pi})(X^2 - X(e^{\frac{i4\pi}{5}} + e^{\frac{i6\pi}{5}}) + e^{i2\pi}) \\ &= (X^2 - 2\cos(\frac{2\pi}{5})X + 1)(X^2 - 2\cos(\frac{4\pi}{5})X + 1) \quad \checkmark \end{aligned}$$

DAROUACHE Lilah
CORRETTI Nola
CHARAFBOUDINE Allan
GIOIA Ethan