

Sandra

Roman

Hubert

Leo

Teckes

Florian

$$P = (x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_m).$$

$$P' = (x - a_2)(x - a_3) \dots (x - a_m) +$$

$$(x - a_1)(x - a_3) \dots (x - a_m) +$$

$\vdots$

$$+ (x - a_1)(x - a_2) \dots (x - a_{m-1}).$$

Satz 6

$\forall k \in \{1, \dots, m\}$

$$P'(a_k) = (a_k - a_1)(a_k - a_2) \dots (a_k - a_{k-1})(a_k - a_{k+1}) \dots (a_k - a_m).$$

$$\frac{1}{P} = \sum_{k=1}^m \frac{A_k}{(x - a_k)}$$

$\forall k \in \{1, \dots, m\}$

$$A_k = \frac{1}{P'(a_k)} \quad \checkmark$$

Done

$$\frac{x}{P} = \sum_{k=1}^m \frac{x}{P'(a_k)(x - a_k)} \quad \checkmark$$

$$\frac{x}{P} = \sum_{k=1}^m \frac{1}{P'(a_k) - \frac{a_k P'(a_k)}{x}}$$

On $\frac{x}{p} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$ car $\deg(p) \geq 2$.

donc $\sum_{k=1}^m \frac{1}{p'(a_k) - a_k \frac{p'(a_k)}{x}} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^m \frac{1}{p'(a_k)} \checkmark$

Par unicité de la limite :

$$\sum_{k=1}^m \frac{1}{p'(a_k)} = 0 \checkmark$$

$$\frac{1}{p} = \sum_{k=1}^m \frac{1}{p'(a_k)} \times \frac{1}{x - a_k}$$

On évalue en 0 :

$$\frac{1}{p(0)} = \sum_{k=1}^m \frac{1}{p'(a_k)} \times \frac{1}{-a_k} \checkmark$$

Comme $p(0) \neq 0$ car $a_1, a_2, \dots, a_m$ sont ~~non~~ nulle.

$$p = \sum_{k=0}^m \phi_k x^k$$

dc :

$$p(0) = b_0$$

Δ Les a_k sont déjà les racines de p ,
ce sont donc plutôt b_k .

Ainsi $\sum_{k=1}^m \frac{1}{p'(a_k)} \times \frac{1}{-a_k} = \frac{1}{b_0}$

$$\sum_{k=1}^m \frac{1}{a_k p'(a_k)} = -\frac{1}{b_0}$$