

TD 18

Exo 11.1 $A = X^4 - X^3 - 4X^2 - X + 1$
 $B = X^3 - X^2 - 5X + 2$

$$\begin{array}{r|l} X^4 - X^3 - 4X^2 - X + 1 & X^3 - X^2 - 5X + 2 \\ - (X^4 - X^3 - 5X^2 + 2X) & X \\ \hline & X^2 - 3X + 1 \end{array}$$

donc $A = XB + (X^2 - 3X + 1)$

$$\begin{array}{r|l} X^3 - X^2 - 5X + 2 & X^2 - 3X + 1 \\ X^3 - 3X^2 + X & X + 2 \\ \hline & 2X - 6X + 2 \\ & 2X - 6X + 2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

donc d'après l'algorithme d'Euclide, le dernier reste non nul de l'algorithme sur $X^2 - 3X + 1$
 dc $(A \wedge B) = X^2 - 3X + 1$ ✓

Soit $(\tilde{A}, \tilde{B}) \in K[X]$ donc on a $A = (A \wedge B) \tilde{A}$ tq $(A \vee B) = (A \wedge B) \tilde{A} \tilde{B}$
 Felk qu'on : $B = (A \wedge B) \tilde{B}$

Calculons $\tilde{A}$ et $\tilde{B}$

$$\begin{array}{r|l} X^4 - X^3 - 4X^2 - X + 1 & X^2 - 3X + 1 \\ X^4 - 3X^3 + X^2 & X^2 + 2X + 1 \\ \hline & 2X^3 - 5X^2 - X + 1 \\ & 2X^3 - 6X^2 + 2X \\ \hline & X^2 - 3X + 1 \\ & X^2 - 3X + 1 \\ \hline & 0 \end{array}$$

donc $\tilde{A} = X^2 + 2X + 1$ ✓
 $\tilde{A} = (X + 1)^2$

$$\begin{array}{r|l} X^3 - X^2 - 5X + 2 & X^2 - 3X + 1 \\ X^3 - 3X^2 + X & X + 2 \\ \hline & 2X^2 - 6X + 2 \\ & 2X^2 - 6X + 2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

donc $(A \vee B) = (X + 1)^2 (X + 2) (X^2 - 3X + 1)$ ✓

ie $\begin{cases} A \vee B = (X^2 - 3X + 1) (X + 1)^2 (X + 2) \\ A \wedge B = X^2 - 3X + 1 \end{cases}$ ✓

② $\begin{cases} A = (X - 1)^3 (X + 2)^2 \\ B = 2 \cdot (X - 1)^2 (X - 3) \end{cases}$

alors $\begin{cases} A = (X - 3)^0 \cdot (X + 2)^2 \cdot (X - 1)^3 \cdot (0 \cdot X^0) \\ B = (X - 3)^1 \cdot (X + 2)^0 \cdot (X - 1)^2 \cdot (2 \cdot X^0) \end{cases}$

$$A \wedge B = (x-1)^2 \quad \checkmark$$

et

$$A \vee B = (x-1)^2 \cdot (x+2)^2 \cdot (x-1)^3 \cdot \cancel{(2 \cdot x^2)}$$

Il ne faut pas prendre
le 2 car le PPCM est
par définition unitaire.