

TD n° 18 et 19

JOLIVET Simon

AUDEN'S Alexandre
POUSSE Enzo
IMPSE

Exercice 3 :

Soit $P \in \mathbb{K}[X]$,

soit Q et Q' $\in \mathbb{K}[X]$, on sait que

⚠ Cela pourrait faire croire que Q est la dérivée de Q , or ici ce n'est pas le cas. Notez plutôt Q

$$P = (x-2) \times Q + 3$$

$$\text{et } P = (x+2) \times Q + 2$$

Déterminons R tel que $P = (x^2-4) \times B + R$
avec $B \in \mathbb{K}[X]$ et $\deg(R) \leq 1$

on,

$R \in \mathbb{K}_1[X]$ donc R est de la forme $ax+b$

• ~~Déterminons des solutions particulières pour trouver $(a,b) \in \mathbb{R}^2$.~~
~~Évaluons l'égalité en 2 et en -2.~~

$$\text{on a, } P(2) = (2^2-4)B + a \cdot 2 + b \\ = 2a + b$$

$$\text{et } P(-2) = -2a + b$$

on a également $P(2) = 3$ ✓ et $P(-2) = 2$ ✓
d'où le système suivant :

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ -2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ b = \frac{5}{2} \end{cases} \checkmark$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases} \checkmark$$

Conclusion : le reste de la division euclidienne
de P par $(x^2 - 9)$ est $\frac{1}{9}x + \frac{5}{2}$. ✓