

RAZAFIMANIRY TD 18

Miarisoa

HONCEAU

Anais

TURHEL

Glivia

Exercice 8 : Soit $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$

$$\text{Mq. } (7|a \text{ et } 7|b) \Leftrightarrow 7|a^2 + b^2$$

$\Rightarrow$ Si $7|a$ et $7|b$ alors $7|a \times a + b \times b$
ie $7|a^2 + b^2$ ✓

$\Leftarrow$ On raisonne par disjonction des cas des restes de la division euclidienne de a et b par 7.

$a \equiv \dots [7]$		0	± 1	± 2	± 3
$b \equiv \dots [7]$	$a^2 \equiv \dots [7]$	$b^2 \equiv \dots [7]$			
0	0	0	1	4	2
± 1	1	1	2	5	3
± 2	4	4	5	$8 \equiv 1[7]$	6
± 3	$9 \equiv 2[7]$	2	3	6	4

Après avoir sommé toutes les congruences de a^2 et b^2 on remarque que si $a^2 + b^2 \equiv 0[7]$ alors $a \equiv 0[7]$ et $b \equiv 0[7]$, ie si $7|a^2 + b^2$ alors $7|a$ et $7|b$. ✓

RAZAFIMANIRY TD 19

Miarisoa

HONCEAU

Anais

TURHEL

Glivia

$$\begin{array}{r|l}
 a) & 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6 \\
 & - (2x^4 - 6x^3 + 2x^2) \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & \quad 3x^3 + 2x^2 - 5x + 6 \quad \checkmark \\
 & \quad - (3x^3 - 9x^2 + 3x) \quad \downarrow \\
 & \quad \quad 11x^2 - 8x + 6 \quad \checkmark \\
 & \quad \quad - (11x^2 - 33x + 11) \\
 & \quad \quad \quad 25x - 5 \quad \checkmark
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 x^2 - 3x + 1 \\
 \hline
 2x^2 + 3x + 11
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 b) & x^3 - ix^2 - x \\
 & - (x^3 + (i-1)x^2) \\
 & \quad (-2i+1)x^2 - x \quad \checkmark \\
 & \quad - (-2i+1)x^2 + x(3i+1) \\
 & \quad \quad x(-3i-2) \\
 & \quad \quad x(-3i-2) + i+5 \\
 & \quad \quad \quad -i-5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 x - 1 + i \\
 \hline
 x^2 + x(-2i+1) - 3i - 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 c) & 2x^5 - 5x^3 - 8x \\
 & - (2x^5 + 6x^4) \\
 & \quad -6x^4 - 5x^3 - 8x \\
 & \quad - (-6x^4 - 18x^3) \\
 & \quad \quad 13x^3 - 8x \quad \checkmark \\
 & \quad \quad - (13x^3 + 39x^2) \\
 & \quad \quad \quad -39x^2 - 8x \\
 & \quad \quad \quad - (-39x^2 - 117x) \\
 & \quad \quad \quad \quad 109x \\
 & \quad \quad \quad \quad - 109x + 327 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad -327
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 x + 3 \\
 \hline
 2x^4 - 6x^3 - 13x^2 - 39x + 109
 \end{array}$$