

Dos Reis

Khian

Esposito

TOM

Andrieu

Malo-pied

Fontaine

Noamie

Exercice 5 Résoudre dans $(\mathbb{N}^*)^2$: $\begin{cases} x \wedge y = 18 \\ x \vee y = 540 \end{cases}$

D'après la proposition 15 $(x \wedge y)(x \vee y) = xxy$

En remplaçant dans notre cas on a $xxy = 18 \times 540$
 $= 9720$

x et y doivent avoir un PGCD de 18, on pose : $x = 18a$

et $y = 18b$ avec a et b deux entiers premiers entre eux ($a \wedge b = 1$) ✓

Ainsi : $18a \times 18b = 9720$

$$324ab = 9720$$

$$ab = 30 \quad \checkmark$$

→ Mais on a mieux :

$$18a \wedge b = a \vee b = 540.$$

Les couples possibles sont alors : $(1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6)$
 $1 \wedge 30 = 1$ $2 \wedge 15 = 1$ $3 \wedge 10 = 1$ $5 \wedge 6 = 1$ } et $(6, 5), (10, 3), \dots$

Enfin : Pour le premier couple $(18 \times 1, 18 \times 30) = (18, 540)$

Pour le deuxième : $(18 \times 2, 18 \times 15) = (36, 270) \quad \checkmark$

Pour le troisième : $(18 \times 3, 18 \times 10) = (54, 180) \quad \checkmark$

Pour le quatrième : $(18 \times 5, 18 \times 6) = (90, 108) \quad \checkmark$

→ ou les couples formés en intervertissant x avec y .

Exercice 7 :