

TD 17: Dérivation

Leukas (Immo)
 JOLIVET Simon
 ROUSSE Enzo
 RUBENS Alex
 MPSI

Exercice 8:

Soit $P = X^n + \alpha X + \beta$ avec $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ et $n \geq 2$.
 P est n -fois dérivable, donc P' est 2 fois.

$$\text{on } P' = nX^{n-1} + \alpha \quad \checkmark$$

$$\text{et } P'' = n(n-1)X^{n-2} \quad \checkmark$$

On distingue deux cas pour l'étude de P'' , selon la parité de n .

Si n est pair :

$$\text{Alors } P'' \geq 0 \text{ ie } n(n-1)X^{n-2} \geq 0$$

Donc P' est croissant $\checkmark$

On peut représenter la situation avec un tableau de variation :

x	α
P'	- 0 +
P	

Dans ce cas, on a au maximum 2 racines.

↳ Suivant si $P(\alpha) < 0$, ou $P(\alpha) > 0$ ou $P(\alpha) = 0$

Si n est impair :

le signe de P'' ^{est celui} ~~dépend du signe~~ de X :

Donc : pour $X < 0$, $P'' \leq 0$
ie P' est décroissante

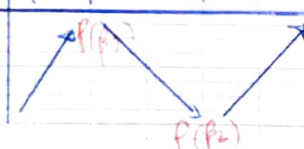
et pour $X \geq 0$, $P'' \geq 0$
ie P' est croissante

On trace ainsi le tableau de variation suivant :

P''	-	ϕ	+
P'			

On distingue ainsi deux cas selon le signe de α

$\alpha < 0$:

P''	+	ϕ	-	ϕ	+
P'					

3 racines possibles

↓ ou 1 ou 2
(à détailler)

$\alpha \geq 0$:

P''	+
P'	

1 racine possible

Bilan : Si n est pair, on a au max 2 racines
Si n est impair, on a au max 3 racines

Donc P admet au plus 3 racines réelles ✓