

GIOIA

Ethan

Fournier

Yannick

Exercice rédigéExercice 19:

1) Appliquons la composition au terme $x \in \{1, \dots, n\}$
 Si x ne peut pas s'écrire $\sigma(a_i)$ avec $1 \leq i \leq k$
 alors il ne fera pas partie du support de la ~~composition~~ ^{permutation}.
 et sera inchangé. $\rightarrow$ À préciser.

Si $x = \sigma(a_i)$, on pourra écrire $\sigma^{-1}(x) = a_i$

Ainsi: $(a_1, \dots, a_k) \circ \sigma^{-1}(x) = a_{i+1}$ (sauf si $i=k$, ça renvoie a_1) $\rightarrow$ Oui ✓

et: $\sigma \circ (a_1, \dots, a_k) \circ \sigma^{-1}(x) = \sigma(a_{i+1})$ ✓

Cette composition renvoie $\sigma(a_{i+1})$ en prenant pour argument $\sigma(a_i)$ sauf si $i=k$, ça renvoie $\sigma(a_1)$ ✓
 C'est la définition du cycle suivant:

$$\sigma \circ (a_1, a_2, \dots, a_k) \circ \sigma^{-1} = (\sigma(a_1), \sigma(a_2), \dots, \sigma(a_k))$$

2) Calculons pour $k=1, k=2, k=0$:

Pour $k=0$: $c^0 \circ c^0 = \text{id} = (1)$

$k=1$: $c^1 \circ c^{-1} = (c(1), c(2)) = (2, 3)$

$k=2$: $c^2 \circ c^{-2} = c \circ c^1 \circ c^{-1} \circ c^{-1} = (c(2), c(3)) = (3, 4)$

$\rightarrow$ Il fallait appliquer la Q.1 avec $\sigma = c^k$.

il n'y a pas de virgule.

~~Exercice 18~~

On veut prouver l'hypothèse de récurrence suivante pour $k \in \{0, \dots, n-2\}$: " $c^k t c^{-k} = (k+1, k+2)$ ".

I] Vérifions l'hypothèse pour $k=0$, on a bien:

$$\left. \begin{aligned} c^0 t c^0 &= (1, 2) \\ (0+1, 0+2) &= (1, 2) \end{aligned} \right\} c^0 t c^0 = (1, 2)$$

II] Supposons que la propriété soit vraie au rang k , vérifions au rang $(k+1)$.

$$\begin{aligned} c^{k+1} t c^{-(k+1)} &= c c^k t c^{-k} c^{-1} \quad \left. \begin{array}{l} \text{selon l'hypothèse} \\ \text{de récurrence} \end{array} \right\} \\ &= c (k+1, k+2) c^{-1} \\ &= (k+2, k+3) \quad \leftarrow \text{selon la question 1} \checkmark \\ &= ((k+1)+1, (k+2)+1) \quad \checkmark \end{aligned}$$

c] P_0 est vraie et P_{k+1} est vérifiée, ainsi, $\forall k \in \{0, \dots, n-2\}$ on a $c^k t c^{-k} = (k+1, k+2)$ $\checkmark$

2- Avec un changement d'indice, on a prouvé que tout

$(k, k+1)$ peut s'écrire en fonction de c et t , de plus

$\rightarrow$ en posant $k+1=n$
 $(k, k+1)$ engendre S_n (cf exercice 18). Ainsi, S_n est engendré par c et t . $\checkmark$