TD 8 : Techniques fondamentales en intégration

Ex 1 Calculer les primitives suivantes en précisant le domaine de validité :

(a) $\int (x^4-2x+3)\operatorname{ch}(x)\,dx$ IPP

(b) $\int x^2\cos(x)e^{-x}\,dx$ IPP

(c) $\int \operatorname{Arctan}(t)\,dt$ IPP avec $v'=1$

(d) $\int x\tan^2(x)\,dx$ $\tan^2=-1+(1+\tan^2)$ et IPP

(e) $\int \frac{dx}{1+x^3}$: On montrera qu'il existe des réels a,b et c tels que $\frac{1}{1+x^3}=\frac{a}{x+1}+\frac{bx+c}{x^2-x+1}$

(f) $\int \frac{x^2\,dx}{(x-1)^2(x^2+4)}$: Trouver a,b,c et d réels tels que $\frac{x^2}{(x-1)^2(x^2+4)}=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{(x-1)^2}+\frac{cx+d}{x^2+4}$

(g) $\int (\sin^3x+\cos^3x)\,dx$ Règle de Bioche : poser $u=\tan(x/2)$

(h) $\int \cos^4(x)\sin^2(x)\,dx$ Règle de Bioche : poser $u=\tan(x)$

(i) $\int \frac{\cos(x)\sin^3(x)}{1+\cos^2(2x)}\,dx$ Règle de Bioche

(j) $\int \frac{dx}{1+\sin x+\cos x}$ Règle de Bioche

(k) $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}(x)\operatorname{sh}(x)}$ Poser $u=e^x$

(l) $\int \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$ Poser $u=\operatorname{Arctan}(x)$

(m) $\int \frac{dx}{(1+i+x)^2}$ Séparer partie réelle et partie imaginaire

Ex 2 Calculer les intégrales suivantes :

(α) $\int_0^{\pi} (x^2+2x+2)\cos(2x)\,dx$ IPP

(β) $\int_{-1}^{1} \operatorname{ch}(x)\sin(2x)\,dx$ Faire 2 IPP et vérifier que β est solution d'une

(γ) $\int_0^1 \operatorname{Arcsin}(t)\,dt$ IPP avec $v'=1$

(δ) $\int_0^1 x(\operatorname{Arctan}x)^2\,dx$ Poser $u=\operatorname{Arctan}(x)$

(ζ) $\int_0^1 \frac{x^7}{(x^4+1)^2}\,dx$

(η) $\int_0^1 \frac{dv}{(1+v^2)^3}$ Cours : poser $x=\operatorname{Arctan}(v)$

(θ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5(u)\,du$ Régle de Bioche

(ι) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{1+\tan x}\,dx$ Régle de Bioche

(κ) $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{\sin x}{\cos(3x)}\,dx$ Régle de Bioche

(λ) $\int_0^{2\pi} \cos(pt)\cos(qt)\,dt \quad p\in\mathbb{N}, q\in\mathbb{N}$ Formule trigonomét

(μ) $\int_0^1 \frac{dt}{it+1}$ Ne pas faire avant la rentrée

(ν) $\int_0^1 |x-t|\,dt$ Découper l'intervalle en $[0,x]$ et $[x,1]$.

(ξ) $\int_0^1 \max(x,t)\,dt$ Découper l'intervalle en $[0,x]$ et $[x,1]$.

(ζ) Développer le dénominateur et identifier le début d'une expression de la forme $\frac{u'}{u}$. Avec ce qu'il reste, identifier de nouveau