

Correction du DS n°2.**durée : 4 heures****Cours**

Soit $x \in \mathbb{R}$. $\operatorname{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\operatorname{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ et th est définie sur $\mathbb{R}$, et pour tout réel x on a $\operatorname{th}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

Exercice 1 : application directe du cours

$$1. z^6 = -7 \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = \sqrt[6]{7} \\ 6 \arg(z) \equiv \pi[2\pi] \end{cases} \Leftrightarrow z \in \left\{ \sqrt[6]{7} e^{i \frac{(1+2k)\pi}{6}}, k \in \llbracket 0; 5 \rrbracket \right\} = e^{i \frac{\pi}{6}} \mathbb{U}_6$$

$$2. \bar{z} = z^7$$

Soit $r = |z|$ et θ un argument de z . Alors cela équivaut à

$$r^7 e^{7i\theta} = r e^{-i\theta} \Leftrightarrow \begin{cases} r^7 = r \\ 7\theta \equiv -\theta[2\pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r^6(r-1) = 0 \\ 8\theta \equiv 0[2\pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r^6(r-1) = 0 \\ 8\theta \equiv 0[2\pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 0 \text{ ou } 1 \\ \theta \equiv 0[\frac{\pi}{4}] \end{cases}$$

On conclut alors

$$S = \{0\} \cup \mathbb{U}_8$$

$$3. iz^8 + iz^4 + 1 + i = 0$$

On commence par poser $u = z^4$, et l'équation devient $iu^2 + iu + 1 + i = 0$. Son discriminant est $\Delta = -1 - 4i(1+i) = 3 - 4i$.

On cherche une racine carrée δ de Δ en posant $\delta = a + ib$, en utilisant $\delta^2 = \Delta$

et $|\delta|^2 = |\Delta| = 5$, et on trouve qu'une des deux racines est $\delta = 2 - i$. Les racines de l'équation $iu^2 + iu + 1 = 0$ sont donc les complexes $u_1 = \frac{-i-2+i}{2i} = i$ et $u_2 = \frac{-i+2-i}{2i} = -1 - i$.

Reste à résoudre les équations $z^4 = u_1$ et $z^4 = u_2$. Pour cela, on pose $z = re^{i\theta}$ et on remarque que $u_1 = e^{i\pi/2}$ et que $u_2 = \sqrt{2}e^{i5\pi/4}$. On en déduit $z^4 = e^{i\pi/2} \Leftrightarrow z = e^{i\pi/8+k\pi/2}$, $k = 0, \dots, 3$;

$$z^4 = \sqrt{2}e^{i5\pi/4} \Leftrightarrow z = 2^{1/8}e^{i5\pi/16+k\pi/2}, k = 0, \dots, 3.$$

4. On pose $X = e^x$, l'équation $X^2 - X - 6 = 0$ admet deux solutions car $\Delta = 1 + 4 \times 6 = 25 > 0$, ces deux solutions sont $\frac{1 \pm 5}{2}$. pour la valeur -2 , il est impossible que e^x prenne cette valeur. Pour la valeur 3 , on $e^x = 3$ ssi $x = \ln(3)$ donc

$$S = \{\ln(3)\}$$

5. Cette équation n'a de sens que si $x^2 - 1 > 0$ i.e. $|x| > 1$ et si $2x - 1 > 0$ i.e. $x > \frac{1}{2}$, donc au final, seulement pour $x > 1$. Pour $x \in]1; +\infty[$, l'équation est vérifiée ssi $\ln(2(x^2 - 1)) = \ln(2x - 1)$ ssi (en appliquant l'exponentielle) $2x^2 - 2 = 2x - 1$ donc ssi $2x^2 - 2x - 1 = 0$ cela reviendrait donc à $x = 1 \pm \sqrt{3}$, mais la valeur $1 - \sqrt{3}$ est en dehors de l'intervalle de résolution. La seule solution est donc $1 + \sqrt{3}$.

$$S = \{1 + \sqrt{3}\}$$

6. $|x - 4| = |2x + 1|$ On distingue trois intervalles : $I_1 =]-\infty; -\frac{1}{2}]$; $I_2 =]\frac{1}{2}; 4]$; $I_3 =]4; +\infty[$ Sur I_1 on résout $-x + 4 = -2x - 1 \Leftrightarrow x = -5$ or $-5 \in I_1$ c'est donc bien une solution. Sur I_2 on résout $-x + 4 = 2x + 1 \Leftrightarrow -3x = -3 \Leftrightarrow x = 1 \in I_2$ donc c'est une solution et sur I_3 on résout $x - 4 = 2x + 1 \Leftrightarrow -x = 5 \Leftrightarrow x = -5 \notin I_3$ donc il ne s'agit pas d'une solution.

Conclusion

$$S = \{-5; 1\}$$

7. Cette expression est définie ssi $(3 - x > 0 \text{ et } x - 1 \geq 0 \text{ et } x \neq 2)$ c'est-à-dire ssi $1 \leq x < 3$ et $x \neq 2$ donc le domaine de définition est $[1, 2[\cup]2, 3[$

8. Le domaine de définition est $\mathbb{R}$ qui est symétrique par rapport à 0 et $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{e^{-x}}{(e^{-x}+1)^2} = \frac{e^{-x} \times e^{2x}}{(e^{-x}+1)^2 \times e^{2x}} = \frac{e^x}{((e^{-x}+1) \times e^x)^2} = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$ donc cette fonction est paire

Exercice 2

1. (E) est définie ssi $2x \not\equiv \frac{\pi}{2} [\pi]$ et $x \not\equiv \frac{\pi}{2} [\pi]$ ssi $x \not\equiv \frac{\pi}{4} \left[\frac{\pi}{2} \right]$ et $x \not\equiv \frac{\pi}{2} [\pi]$

$$\begin{aligned} (E) &\iff \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = 3 \tan x \iff 2 \tan x - 3 \tan x (1 - \tan^2 x) = 0 \iff \tan x (3 \tan^2 x - 1) = 0 \\ &\iff \tan x = 0 \quad \text{ou} \quad \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{ou} \quad \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ &\iff x \equiv 0 [\pi] \quad \text{ou} \quad x = \frac{\pi}{6} [\pi] \quad \text{ou} \quad x = -\frac{\pi}{6} [\pi] \end{aligned}$$

Toutes les valeurs trouvées sont bien dans l'ensemble de définition.

Conclusion : $(E) \iff x \equiv 0 [\pi] \quad \text{ou} \quad x = \frac{\pi}{6} [\pi] \quad \text{ou} \quad x = -\frac{\pi}{6} [\pi]$

2. $(I) \iff \cos x - \sqrt{3} \sin x > -1 \iff \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x > -\frac{1}{2} \iff \cos \frac{\pi}{3} \cos x - \sin \frac{\pi}{3} \sin x > -\frac{1}{2}$
 $\iff \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) > -\frac{1}{2} \iff \exists k \in \mathbb{Z}, -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi < x + \frac{\pi}{3} < \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \iff \exists k \in \mathbb{Z}, -\pi + 2k\pi < x < \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

Sur $[0, 2\pi]$, $(I) \iff x \in \left[0, \frac{\pi}{3} \right[\cup]\pi, 2\pi]$

Exercice 3

1. z est une racine n -ème de l'unité si $z^n = 1$ qui équivaut à $\exists k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket, z = \omega_k = e^{i \frac{2k\pi}{n}}$

$$\frac{1}{\omega_k} = \omega_{-k} = \omega_{n-k} = \overline{\omega_k} \text{ et } \sum_{k=0}^{n-1} \omega_k = 0.$$

2. $\sum_{k=0}^{n-1} \cos \left(\frac{2k\pi}{n} \right) = \sum_{k=0}^{n-1} \operatorname{Re} \left[e^{i \frac{2k\pi}{n}} \right] = \operatorname{Re} \left[\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k \right].$

On en déduit, d'après la question précédente, que $\sum_{k=0}^{n-1} \cos \left(\frac{2k\pi}{n} \right) = 0$

3. $\sum_{k=0}^{n-1} \sin \left(\frac{k\pi}{n} \right) = \sum_{k=0}^{n-1} \operatorname{Im} \left[e^{i \frac{k\pi}{n}} \right] = \operatorname{Im} \left[\sum_{k=0}^{n-1} e^{i \frac{k\pi}{n}} \right].$

$$\frac{\pi}{n} \in]0, \pi[\text{ donc } e^{i \frac{\pi}{n}} \neq 1 \text{ d'où } \sum_{k=0}^{n-1} e^{i \frac{k\pi}{n}} = \sum_{k=0}^{n-1} \left(e^{i \frac{\pi}{n}} \right)^k = \frac{1 - e^{ni \frac{\pi}{n}}}{1 - e^{i \frac{\pi}{n}}} = \frac{2}{e^{i \frac{\pi}{2n}} (e^{-i \frac{\pi}{2n}} - e^{i \frac{\pi}{2n}})} = \frac{2e^{-i \frac{\pi}{2n}}}{-2i \sin \left(\frac{\pi}{2n} \right)} = \frac{ie^{-i \frac{\pi}{2n}}}{\sin \left(\frac{\pi}{2n} \right)}$$

donc $\sum_{k=0}^{n-1} \sin \left(\frac{k\pi}{n} \right) = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2n} \right)}{\sin \left(\frac{\pi}{2n} \right)}$ soit $\sum_{k=0}^{n-1} \sin \left(\frac{k\pi}{n} \right) = \cotan \left(\frac{\pi}{2n} \right).$

$$4. A = \sum_{k=0}^{n-1} |\omega_k - 1|^2 = \sum_{k=0}^{n-1} (\omega_k - 1)(\overline{\omega_k} - 1) = \sum_{k=0}^{n-1} (1 - 2\operatorname{Re}(\omega_k) + 1) = \sum_{k=0}^{n-1} \left(2 - 2\cos\left(\frac{2k\pi}{n}\right)\right) \\ = \sum_{k=0}^{n-1} 2 - 2 \sum_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2k\pi}{n}\right) \text{ donc } \boxed{A = 2n}.$$

$$5. B = \sum_{k=0}^{n-1} |\omega_k - 1| = \sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{(\omega_k - 1)(\overline{\omega_k} - 1)} = \sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{2\left(1 - \cos\left(\frac{2k\pi}{n}\right)\right)} = \sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{4\sin^2\left(\frac{k\pi}{n}\right)} \\ = \sum_{k=0}^{n-1} 2 \left| \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right) \right| = 2 \sum_{k=0}^{n-1} \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right) \quad \text{car } \frac{k\pi}{n} \in]0, \pi[.$$

Donc $\boxed{B = 2 \cotan\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$

Exercice 4

$$1. (a) \frac{1+i}{i+\sqrt{3}} = \frac{(1+i)(-i+\sqrt{3})}{4} \text{ soit } \boxed{\frac{1+i}{i+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+1}{4} + i \frac{\sqrt{3}-1}{4}}.$$

De plus, $1+i = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \right)$

On cherche $\theta \in [0, 2\pi[$ tel que $\begin{cases} \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$ On prend $\theta = \frac{\pi}{4}$ donc $1+i = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$

De même, $i+\sqrt{3} = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)$

On cherche $\alpha \in [0, 2\pi[$ tel que $\begin{cases} \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$ On prend $\alpha = \frac{\pi}{6}$ donc $i+\sqrt{3} = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$

D'où $\frac{1+i}{i+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{2e^{i\frac{\pi}{6}}}$ soit $\boxed{\frac{1+i}{i+\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{12}}}$

On en déduit alors que $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{4}$ et $\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$.

Soit $\boxed{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad \text{et} \quad \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$

(b) Si on pose $a = \sqrt{3}+1$ et $b = \sqrt{3}-1$ alors $\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$$(E) \iff \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \cos x + \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \sin x = -\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$\iff \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8} \cos x + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8} \sin x = -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8} \iff \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \cos x + \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \sin x = -\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

$$\iff \cos\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \iff x - \frac{\pi}{12} \equiv \frac{7\pi}{12} [2\pi] \quad \text{ou} \quad x - \frac{\pi}{12} \equiv -\frac{7\pi}{12} [2\pi]$$

• Résolution de (E) sur $\mathbb{R}$:

Conclusion : $\boxed{(E) \iff x \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi] \quad \text{ou} \quad x \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]}$

• Résolution de (E) sur $[0, 2\pi[$:

$$\boxed{(E) \iff x = \frac{2\pi}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{3\pi}{2}}$$

2. (a) Aucun réel de la forme $x = \pi + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) n'est solution de (E), donc $\frac{x}{2} \not\equiv \frac{\pi}{2} [\pi]$ et $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ est donc bien définie.

(b) Or $\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ et $\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2}$

$$(E) \iff (\sqrt{3}+1)\frac{1-t^2}{1+t^2} + (\sqrt{3}-1)\frac{2t}{1+t^2} + \sqrt{3}-1 = 0$$

$$\iff (\sqrt{3}+1)(1-t^2) + 2t(\sqrt{3}-1) + (\sqrt{3}-1)(1+t^2) = 0 \iff t^2 + (1-\sqrt{3})t - \sqrt{3} = 0$$

$$\Delta = (1-\sqrt{3})^2 + 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 4 = (\sqrt{3}+1)^2$$

$$t = \frac{\sqrt{3}-1-(\sqrt{3}+1)}{2} = -1 \quad \text{ou} \quad t = \frac{\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3}$$

(c) $(E) \iff \tan\left(\frac{x}{2}\right) = -1 = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \quad \text{ou} \quad \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{3} = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$
 $\iff \frac{x}{2} \equiv -\frac{\pi}{4} [\pi] \quad \text{ou} \quad \frac{x}{2} \equiv \frac{\pi}{3} [\pi]$

Conclusion : $(E) \iff x \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi] \quad \text{ou} \quad x \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$

Exercice 5

1. Soit $\alpha \in \mathbb{R}^*$. $i\alpha$ est solution de (E) ssi $(i\alpha)^3 + (1-6i)(i\alpha)^2 - (13+3i)i\alpha + 12i = 0$

$$\iff (-\alpha^2 + 3\alpha) + i(-\alpha^3 + 6\alpha^2 - 13\alpha + 12) = 0 \iff \begin{cases} -\alpha^2 + 3\alpha = 0 & (1) \\ -\alpha^3 + 6\alpha^2 - 13\alpha + 12 = 0 & (2) \end{cases}$$

$(1) \iff \alpha = 0 \text{ ou } \alpha = 3$. En reportant dans (2), 3 est bien solution de (2).

Donc $z_0 = 3i$ est la solution imaginaire pure de (E) .

2. $(z-3i)(az^2+bz+c) = z^3 + (1-6i)z^2 - (13+3i)z + 12i$

$$\iff az^3 + (b-3ia)z^2 + (c-3ib)z - 3ic = z^3 + (1-6i)z^2 - (13+3i)z + 12i$$

$$\iff \begin{cases} a = 1 \\ b-3ia = 1-6i \\ c-3ib = -(13+3i) \\ -3ic = 12i \end{cases} \iff \begin{cases} a = 1 \\ b = 1-3i \\ c = -4 \end{cases}$$

Donc $(E) \iff (z-3i)(z^2 + (1-3i)z - 4) = 0$.

3. $(E) \iff (z-3i)(z^2 + (1-3i)z - 4) = 0 \iff z = 3i \quad \text{ou} \quad z^2 + (1-3i)z - 4 = 0$

$$\Delta = (1-3i)^2 + 16 = 8-6i = (x+iy)^2 \iff \begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ x^2 + y^2 = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = 10 \\ 2xy = -6 \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 1 \\ xy = -3 \end{cases}$$

On choisit donc $x = 3$ et $y = -1$ soit $\Delta = (3-i)^2$. D'où $z^2 + (1-3i)z - 4 = 0 \iff z = -2+2i$ ou $z = 1+i$

Conclusion : (E) admet deux autres solutions $z_1 = -2+2i$ et $z_2 = 1+i$

4. $M_0M_1M_3M_2$ est un parallélogramme (non croisé) ssi $\overrightarrow{M_1M_0} = \overrightarrow{M_3M_2} \iff z_0 - z_1 = z_2 - z_3$

$$\iff z_3 = z_2 - z_0 + z_1 = -1 \text{ donc } z_3 = -1$$

$M_0M_1 = |z_1 - z_0| = |-2-i| = \sqrt{5}$ et $M_3M_2 = |z_2 - z_3| = |2+i| = \sqrt{5} = M_0M_1$ donc $M_0M_1M_3M_2$ est un losange.

De plus, $M_0M_3 = |z_3 - z_0| = |-1-3i| = \sqrt{10}$ et $M_1M_2 = |z_2 - z_1| = |3-i| = \sqrt{10} = M_0M_3$ donc les diagonales de sont de même longueur c'est donc un carré.

Exercice 6

1. Les ω^k sont les racines cinquièmes de l'unité donc A_0, A_1, A_2, A_3 et A_4 sont les sommets d'un pentagone régulier inscrit dans le cercle trigonométrique.

Leur somme est nulle, car $\sum_{k=0}^4 z_k = \sum_{k=0}^4 \omega^k = \frac{1-\omega^5}{1-\omega} = 0$.

On a alors $\sum_{k=0}^4 \overrightarrow{OA_k} = \overrightarrow{0}$ donc O est l'isobarycentre du pentagone.

2. $\alpha + \beta = \omega + \omega^4 + \omega^2 + \omega^3 = -\omega^0$ d'après la question précédente donc $\boxed{\alpha + \beta = -1}$

$\alpha\beta = (\omega + \omega^4)(\omega^2 + \omega^3) = \omega^3 + \omega^4 + \omega^6 + \omega^7 = \omega^3 + \omega^4 + \omega + \omega^2$ car $\omega^k = \omega^{k-5}$ car $\omega \in \mathbb{U}_5$, soit $\boxed{\alpha\beta = -1}$

Donc α et β sont les solutions de l'équation $\boxed{z^2 + z - 1 = 0}$

3. $\Delta = 5$ donc les solutions sont $z_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} < 0$ et $z_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} > 0$.

Or $\alpha = \omega + \omega^4 = \omega + \omega^{-1} = \omega + \overline{\omega} = 2\operatorname{Re}(\omega) = 2\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

et $\beta = \omega^2 + \omega^3 = \omega^2 + \omega^{-2} = \omega^2 + \overline{\omega^2} = 2\operatorname{Re}(\omega^2) = 2\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$

Comme $0 < \frac{2\pi}{5} < \frac{4\pi}{5} < \pi$ et que $\cos$ est strictement décroissante sur $[0, \pi]$, on a $\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) < \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ et donc $\beta < \alpha$,

soit $\alpha = z_2$ et $\beta = z_1$. D'où, $\boxed{\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}}$ et $\boxed{\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) = \frac{-1-\sqrt{5}}{4}}$.

4. (a) Comme le pentagone est centré en O et symétrique par rapport à (Ox) , le triangle OA_1A_4 est isocèle en O et $(OH) \perp (A_1A_4)$. Donc H est le pied de la hauteur issue de O c'est donc le milieu de $[A_1A_4]$ d'où $z_H = \frac{\omega + \omega^4}{2} = \frac{\alpha}{2}$

soit $\boxed{\overline{OH} = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)}$

(b) $M(z) \in (C) \cap (Ox) \iff \left|z + \frac{1}{2}\right| = \left|i + \frac{1}{2}\right| = \frac{\sqrt{5}}{2}$ et $z + \frac{1}{2} \in \mathbb{R} \iff z + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ou $z + \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\iff z = \frac{\sqrt{5}-1}{2} > 0$ ou $z = \frac{-\sqrt{5}-1}{2} < 0$

Donc $z_M = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ et $z_N = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}$ soit $\boxed{\overline{OM} = \alpha}$ et $\boxed{\overline{ON} = \beta}$.

Le milieu de $[OM]$ a pour affixe $\frac{0+z_M}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{4} = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = z_H$ donc $\boxed{H \text{ est le milieu de } [OM]}$

5. Pour construire à la règle et au compas le pentagone régulier, connaissant A_0 et O , il suffit de construire le point H qui permettra de placer le point A_1 .

- On construit tout d'abord le cercle de centre O et de rayon OA_0 ainsi que la droite (OA_0) . On en déduit le point B et le point A'_0 , diamétralement opposé à A_0 .
- On construit alors la médiatrice de $[OA'_0]$ qui donne le point Ω . On peut alors tracer le cercle (C) et on obtient le point M . Il suffit alors de reporter au compas la longueur OM pour placer H .
- On construit alors au compas la parallèle passant par H à (Oy) en créant un rectangle ayant $[OH]$ pour côté. On en déduit alors par intersection les points A_1 et A_4 .
- Les points A_2 et A_3 s'obtiennent en reportant au compas la longueur de la corde $[A_0A_1]$ sur le cercle trigonométrique.

